УДК 519.7

В. З. Распопов

Теорема Ферма, как частный случай преследования на плоскости

Обращено внимание на аналогию роста членов Диофантова уравнения $A^n+B^n=C^n$ при росте $n>2$ с задачей преследования на плоскости, на ограничение границы достижимости кругом Аполлония.

С точки зрения изображения на плоскости формула:

$A^n + B^n = C^n$; (1)

выражает плоскость, ограниченную линиями A^n, B^n и C^n. Поскольку, модуль их возрастает с ростом n (n – целочисленное), то вид данного уравнения на плоскости при $n > 2$, *если он существует*, должен также иметь вид плоскости, ограниченной этими линиями, т. е., линии должны пересекаться, в этом случае решение уравнения (1) имеется.

Рассмотрим рост линий A^n, B^n и C^n с ростом n с точки зрения их, как путей преследования: преследователя, преследуемого и исходного расстояния между ними.

Известно, что геометрическое место точек, в которых преследователь двигаясь за преследуемым догоняет его, есть окружность называемая с давних времён окружностью Аполлония.

Проведём анализ ситуации несколько не обычной, когда преследуемый решает обратную задачу: не убегает, а наоборот, кратчайшим путём направляется к преследователю, т. е., играет роль «самоубийцы».

Понятно, что на числовой оси при n = 1 «самоубийца» A должен двигаться точно навстречу преследователю B. Результат будет иметь вид: C = A + B. При движении на плоскости (вместо движения по линии) ясно, что «самоубийца» и преследователь должны двигаться по кратчайшему расстоянию по отношению друг к другу. Если при этом n =2, то единственно возможным геометрическим местом точек их встречи явится окружность Аполлония, и двигаться они будут только взаимно перпендикулярно. Отсюда следует, что старт «самоубийца» и преследователь берут на концах диаметра окружности Аполлония.

Докажем это. Давайте «пожалеем» «самоубийцу» и разберём ситуацию снова обратную: преследуемый «вырвался» от преследователя и они разбегаются, но соблюдая условие (1).

В этом случае преследуемый и преследователь должны разбегаться точно под углом $Y=90^0$, поскольку при всех других углах условие (1) не выполняется.

И в самом деле: в каждый конечный отрезок времени, а в данном случае, при очередном значении растущего n, через три точки - исходную точку «расставания» преследователя и преследуемого и через конечные точки A^n и B^n для данного значения n преследователя и преследуемого можно провести очередную окружность и соединить внутри её все три точки линиями (треками). Предположим, что угол Y между треками беглецов острый или тупой. В таком случае условие (1) не выполняется по теореме Пифагора, поскольку C^n из условия (1) должна быть гипотенузой прямоугольного треугольника.

А отсюда следует, что направления движения A^n и B^n всегда перпендикулярны, а C^n есть всегда диаметр окружности Аполлония.

Иными словами, при n>2 условие (1) не выполняется, поскольку при любых значениях A^n и B^n для выполнения условия (1) n не может принимать никакого иного значения, кроме n=2.

Итак, при n >2 при движении в режиме «самоубийцы» точка их встречи выходит за окружность Аполлония, и уравнение (1) решения не имеет, при разбегании «беглецы» не могут выйти за окружность Аполлония не нарушив условие (1). В любом случае равенство правой и левой частей в условии (1) не выполняется, окружность Аполлония является границей достижимости, своего рода «заколдованным кругом».

Список литературы

1. Петросян Л. А., Рихсиев Б. Б. Преследование на плоскости, «Наука», 1991г.
2. Выгодский М. Я., Справочник по высшей математике, «Наука», 1976г.
3. Белл Э. Т., Творцы математики, «Просвещение», 1979г.